



# **INVENTAR PROBLEMAS: UNA FORMA DE DESARROLLAR LAS COMPETENCIAS BÁSICAS**

**Juan Jesús Barbarán Sánchez,**  
*Universidad de Granada*

**José Antonio Fernández Bravo,**  
*Universidad Camilo José Cela*

**Ana Huguet Ruiz,**  
*I.E.S. Almina, Ceuta*

## **RESUMEN.**

En esta comunicación presentamos los resultados de una investigación llevada a cabo con alumnos de 2º de ESO en la que estudiamos la relación entre el uso de un programa de intervención en el aula basado en la invención y reconstrucción de situaciones problemáticas y el desarrollo de su competencia matemática y lingüística, observándose una mejoría significativa en los alumnos a los que se les aplicó el programa con respecto al resto.

**Nivel educativo:** Secundaria

## **1. INTRODUCCIÓN.**

El interés de la comunidad educativa por fomentar el desarrollo de las competencias básicas de nuestros alumnos de ESO ha crecido en los últimos años tras la implantación de la ley orgánica 2/2005, de 3 de mayo, que sitúa a las competencias básicas como uno de los elementos fundamentales del currículo. Nos vamos a centrar en dos de ellas: la competencia matemática y la competencia lingüística.

La resolución de problemas ha ocupado un papel importante en los currículos de Matemáticas contenidos en las diferentes leyes educativas tanto en España como en países de nuestro entorno. Según el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), los contenidos elegidos para las Matemáticas en la ESO se deben presentar en un contexto de resolución de problemas. English (1997) señala que la resolución de problemas lleva de la mano la invención de problemas. La invención de problemas fue aplicada en el ámbito educativo de forma pionera por Kerschensteiner cuyos trabajos tuvieron mucha resonancia en la primera mitad del siglo XX. Sin embargo, a pesar de las recomendaciones dadas por investigadores en cuanto a lo apropiado que resulta el uso de la invención de problemas para enseñar matemáticas, en pocas ocasiones se lleva a la práctica en clase (Silver, 1994). Teniendo en cuenta lo anterior nos planteamos llevar a cabo una investigación en la que estudiamos si el usar con alumnos de 2º de ESO un programa de intervención en el aula basado en la invención y reconstrucción de situaciones problemáticas desarrolla su competencia matemática y lingüística. El programa que hemos usado es el llamado programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas propuesto por Fernández Bravo (2000).



## 2. EL PROGRAMA DE INVENCIÓN-RECONSTRUCCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS.

El programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas consta de seis metamodelos procedimentales: generativos, de estructuración, de enlaces, de transformación, de composición y de interconexión. A partir de ellos, surgen un total de cuarenta y nueve modelos de situaciones problemáticas. Incluimos seguidamente algunos ejemplos:

- Situaciones sin número. Se presenta un problema en cuyo enunciado y pregunta no aparecen datos numéricos. Para llegar a la solución no se necesita operación alguna
- Problemas de lógica. No interviene el algoritmo. Utilización del razonamiento por deducción, inducción y analogía.
- Inventar y resolver un problema a partir de una solución dada. El alumno creará el enunciado, la pregunta y el proceso que se pueda corresponder con la solución de partida.
- Inventar y resolver un problema a partir de una expresión matemática. Creación de un enunciado y pregunta que se corresponda con el contenido de relación aplicativa de la expresión de partida.
- Inventar y resolver un problema cumpliendo dos condiciones: llegar a la solución que se nos ha indicado y utilizar (todos/no todos) los datos numéricos que se nos han dado.
- Expresar preguntas y respuestas a partir de un enunciado dado. La labor del alumno consiste en crear preguntas que se puedan contestar teniendo en cuenta, únicamente, el enunciado de partida.
- Expresar las preguntas que se corresponden con el enunciado y la expresión matemática. Se tiene un enunciado y preguntas en blanco. Cada una de esas preguntas señala la expresión matemática que se debe utilizar en el proceso de resolución.
- Inventar un enunciado que se corresponda con: una pregunta dada y la/s operación/es a seguir en el proceso de resolución, y resolver el problema.
- Inventar un enunciado que se corresponda con varias preguntas dadas. Se presentan varias preguntas. La labor del alumno consiste en crear un enunciado, y sólo uno, capaz de dar respuesta a todas y cada una de las preguntas planteadas.
- Cambiar los datos del problema, que ya ha sido resuelto, para obtener la misma solución que se obtuvo anteriormente.
- Cambiar los tiempos verbales en los que se expresa un problema, que ya ha sido resuelto. Resolver el nuevo problema. Observar y comparar las soluciones de ambos.
- Cambiar el orden en el que aparecen las proposiciones del enunciado de un problema, que ya ha sido resuelto. Resolver el nuevo problema. Observar y comparar ambas soluciones.
- Cambiar la expresión afirmativa/negativa de las proposiciones de un enunciado.
- Cambiar la conjunción por disyunción, y viceversa. Resolver los problemas. Observar y comparar las soluciones.
- Mezclar las preguntas de dos problemas.



- Completar los datos del enunciado de un problema a partir del proceso de resolución.
- Inventar un problema con: un vocabulario específico y la/s operación/es que debe utilizarse para su resolución.
- Resolver un problema que se presenta de forma distinta a la habitual. Una poesía, un caligrama, lenguaje gráfico: tablas, diagramas; un cuento breve, ...

### 3. METODOLOGÍA.

La presente investigación pretende evaluar los efectos de un programa de intervención educativa basado en la invención-reconstrucción de situaciones problemáticas sobre la competencia matemática y lingüística. Este programa constituye la variable independiente. El programa no se aplicó a la totalidad de los alumnos que formaron parte de la muestra sino únicamente a los que formaron parte de los grupos experimentales; el resto de los alumnos conformaron los grupos control.

En la presente investigación se ha seguido un diseño cuasi-experimental comparativo, con 2 grupos control y 2 experimentales. La muestra estuvo formada por 102 alumnos de un IES de titularidad pública de la Ciudad Autónoma de Ceuta de los cuales 52 alumnos formaban parte de los 2 grupos experimentales y 50 alumnos conformaban los 2 grupos control. La selección de los grupos control y experimentales se llevó a cabo al azar, al igual que la de los sujetos que formaron parte de los mismos. El hecho de que los sujetos de cada curso pertenecieran a dos estados de control subraya la característica pretest-postest. El conocimiento de los efectos de la aplicación del programa se apoya en la preintervención-postintervención, más concretamente, se trata de un diseño: pretest-intervención-postest. Esto permite llevar a cabo una inferencia correcta de las relaciones entre las variables dependientes e independiente, cuando comparamos los resultados de los grupos experimentales y control. El equipo investigador lo formaron los profesores de Matemáticas y Lengua de los grupos que tuvieron la condición de experimentales.

Se planteó la siguiente hipótesis de estudio: Si se utiliza el programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas con alumnos de 2º de ESO, entonces se desarrolla su competencia matemática y lingüística.

La variable independiente en esta investigación ha sido el programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas. Las variables dependientes estudiadas fueron la competencia matemática y la competencia lingüística. Los valores de las variables dependientes vinieron dados:

- En el caso de la competencia matemática, por la puntuación obtenida por cada alumno en la prueba de diagnóstico elaborada por el Ministerio de Educación para alumnos de 2º de ESO (que se obtuvo sumando las puntuaciones asignadas a cada ejercicio). Los ejercicios se puntuaron siguiendo el siguiente criterio:
  - 0: Respuesta incorrecta o sin respuesta
  - 1: Respuesta parcialmente correcta.
  - 2: Respuesta correcta.
- En el caso de la competencia lingüística, por la suma de las puntuaciones obtenidas por el alumno en las pruebas de habilidad mental verbal y capacidad para completar oraciones, dentro de la Batería de Aptitudes



Diferenciales y Generales (BADYG) "M" renovado, cuya descripción puede consultarse en Yuste, Martínez y Galve (2007).

De esta forma, el rango de valores enteros de cada una de las variables dependientes estudiadas fue el siguiente:

Variable dependiente	Rango de valores enteros
Competencia matemática	0-33
Competencia lingüística	0-64

Tabla 1. Recorrido de valores de las variables dependientes.

Las variables intervinientes que podían, a priori, estar sistemáticamente relacionadas con la variable independiente, y que podían afectar de forma diferencial a los valores de las variables dependientes que se consideraron fueron las siguientes: metodología empleada, dificultad en el aprendizaje de la matemática y de la lengua, asistencia a clase y nivel socio-cultural de la familia.

### 3.1. PROCEDIMIENTO

La fase pretest tuvo lugar en el mes de septiembre de 2010 y en ella los alumnos de 2º de ESO cumplimentaron, en su aula habitual y de forma simultánea, la prueba para medir el grado de desarrollo de la competencia matemática antes citada y el BADYG "M" renovado, en este orden. La corrección de la prueba se llevó a cabo de forma consensuada entre todos los profesores intervinientes en la investigación y ningún profesor participante corrigió las pruebas de sus alumnos.

La fase de intervención se llevó a cabo durante un periodo de ocho meses dentro del curso escolar 2010/11 y en ella se aplicó el programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas a los dos grupos experimentales. Los principales agentes fueron los alumnos de estos grupos y el equipo investigador. Este programa se desarrolló en sesiones semanales, dentro del horario lectivo y en el aula correspondiente. El horario fijado coincidió en todos los cursos. Las sesiones se estructuraron como "unidades de actuación cerradas". Cada unidad de actuación cerrada se compuso de cinco fases concretas con representación independiente, tanto por el contenido formal, como por el orden de aparición. Fueron las siguientes:

- **Apertura:** Se le planteó al alumno el desafío. Se le explicó con claridad, asegurándonos de que había comprendido perfectamente lo que había que hacer.
- **Ejecución:** Fase en la que se realizó la propuesta. La ejecución pudo realizarse: en gran grupo o grupo-clase, a partir de un diálogo en común; en parejas de alumnos; o, de forma individual.
- **Contrastación:** Fase en la que se contrastaron las ideas mediante el diálogo. Si la fase anterior se había realizado de forma individual, esta fase se llevó a cabo por parejas. Si la ejecución se llevó a cabo por parejas, esta fase se realizó por parejas de parejas. Si en la fase anterior había intervenido el grupo-clase, la fase en la que estamos ahora formó parte de la anterior.
- **Exposición:** Fase en la que intervino el grupo-clase con la libre participación de todos y cada uno de los alumnos que quisieron exponer sus ideas. Mediante el diálogo en gran grupo y las preguntas del profesor, se



canalizaron las ideas y se recogieron las estrategias matemáticas que se habían reconocido como válidas.

- Finalización: Se escribieron y anotaron las conclusiones que se obtuvieron: conceptuales, procedimentales, etc.

El seguimiento del programa se concluyó con 22 sesiones a lo largo del curso escolar, una sesión por semana de dos horas de duración. El equipo investigador se había formado, previamente, mediante seminarios de grupo para la aplicación práctica del programa de intervención que tuvieron lugar durante el curso escolar 2009/10.

Como material para el alumno, se elaboró un cuaderno de trabajo con 60 situaciones problemáticas, seleccionadas o adaptadas de Fernández Bravo (2000). En cada sesión se realizaron dos problemas por término medio, con la finalidad de tener tiempo para generar un debate en el que fluyeran las ideas. Con una periodicidad quincenal se llevaron a cabo reuniones en las que participaron los miembros del equipo investigador y en ellas se presentaron de forma abierta tanto los avances percibidos como las dificultades encontradas y se compartieron experiencias particulares de cada aula.

La fase postest se llevó a cabo durante el mes de junio de 2011 y en ella se les aplicaron a los alumnos los mismos instrumentos de evaluación que se les había aplicado en la fase pretest, a la misma hora y en el mismo orden. La corrección de las pruebas siguió el mismo procedimiento descrito en la fase pretest.

## **4. RESULTADOS DEL ESTUDIO Y CONCLUSIONES**

El análisis estadístico se llevó a cabo usando el programa Statistical Package for the Social Sciences (SPSS), versión 15.0. Los análisis llevados a cabo para el tratamiento estadístico de los datos fueron los siguientes:

- a) Análisis descriptivos y gráficos, a partir de los cuales pudimos observar las puntuaciones medias de cada grupo (Experimental pretest "1"; Control pretest "2"; Experimentales postest "3"; Control postest "4"), su desviación típica, el error típico y el intervalo de confianza para la media, al 95%.
- b) Tests no paramétricos que nos sirvieron para determinar hasta qué punto los datos muestrales se ajustan a una distribución teórica. Este estudio lo realizamos con todos los datos, tanto de la fase pretest como postest. Se aplicó la prueba de Kolmogorov-Smirnov.
- c) Análisis paramétrico unifactorial de la varianza para el contraste de las hipótesis estadísticas. Con este análisis se comprobó si el cambio pretest-postest en cada una de las variables estudiadas difirió en cada una de las aulas, respecto a la utilización, o no, del programa de intervención (variable independiente). También estudiamos si los cambios habían sido significativos y si estos se habían debido a la utilización del programa, verificando su repercusión en los grupos experimentales. Se analizó el estadístico F y su significación (Sig F) para los 6 niveles de grupos. Si la F global del análisis de la varianza es significativa ( $p < 0.05$ ), sólo podemos concluir que, por lo menos, dos niveles de la variable producen distintos efectos en la variable dependiente. Para investigar en qué niveles se dan esas diferencias significativas, establecimos comparaciones múltiples, mediante la prueba T de Student. El contraste de hipótesis estadísticas lo basamos en un contraste de igualdad de medias de dos poblaciones





normales de varianzas desconocidas que verifican que el número de sujetos del grupo experimental más el número de sujetos del grupo control es mayor que 30. El contraste se realizó con las medias de los grupos experimentales pretest y posttest por un lado, y de los grupos control pretest y posttest, por otro. El contraste fue bilateral considerando como hipótesis nula que las medias obtenidas por un grupo, antes y después, son iguales. La hipótesis alternativa fue la existencia de diferencias en las medias obtenidas. La existencia de diferencias significativas nos haría rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa.

En la fase pretest, se estudió mediante un análisis de la varianza si existían diferencias estadísticamente significativas ( $p < 0.05$ ) en las variables evaluadas en la fase pretest, obteniéndose respuesta negativa en todos los casos.

Con la finalidad de comparar los cambios producidos por la utilización del programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas en los grupos experimentales se realizó un análisis de varianza múltiple en relación con todas las variables evaluadas, investigando, también, la repercusión del citado programa en los valores de las variables intervinientes. Se estudió la existencia o no de diferencias significativas respecto a la ocupación de los padres, la situación familiar, la asistencia a clase, el nivel de estudios de los padres y la dificultad para las matemáticas o la lengua, obteniéndose respuesta negativa en todos los casos.

VARIABLE	Razón F	Sig. de F
Competencia matemática	12.6583	.004
Competencia lingüística	17.5674	.03

Tabla 2. Resultados del ANOVA realizado comparando los grupos experimentales y control.

Como podemos observar en la tabla 2, la razón F indicó que los cambios pretest-posttest en los grupos experimentales fueron:

- Estadísticamente significativos al 100% en la competencia matemática.
- Estadísticamente significativos al 97% en la competencia lingüística.

Los cambios producidos en los grupos experimentales de la fase posttest fueron significativos respecto a todos y cada uno de los otros grupos en las dos variables mencionadas. Esto evidencia que el programa de invención-reconstrucción de situaciones problemáticas desarrolló significativamente en los alumnos de 2º de ESO, y para la muestra utilizada, tanto la competencia matemática como la competencia lingüística.

Actualmente, un objetivo importante de nuestro sistema educativo es incrementar el nivel de competencias básicas de nuestros alumnos. Para alcanzar este objetivo, sugerimos que se incluyan en el currículo de Matemáticas de la ESO programas en los que se potencie la invención y reconstrucción de problemas.

## REFERENCIAS.

ENGLISH, L. (1997). *The development of fifth-grade children's problem -posing abilities*, Educational Studies in Mathematics, 34 (3), 183-217.



---

FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2000). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*, Praxis, Barcelona.

SILVER, E. A. (1994). *On mathematical problem posing*, For the Learning of Mathematics, 14 (1), 19-28.

YUSTE, C., MARTÍNEZ, R. y GALVE, J. L. (2007): *Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales (BADYG-M renovado)*, CEPE, Madrid.